

محاضرات الدفتر

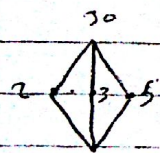
القسم : رياضيات / جبر السنة : الرابعة المادة : نظرية الشبكات والمحاضرة : الثامنة

الشبكة A - صفة :
تكون في شبكة تلك الشجر الذي هـ لان هذا التعريف ينطبق مع تعريف
الشبكة الدنيا

تعريف :
ليكن X شجرة ما بين الشبكة E ما إذا تدعى الشجر الذي ل X (الجمعة
أو $0 \leq y \leq 1$ $y \in E$ $\{y \in A - صفة للشجر $X$$
تدعى الشبكة A - صفة إذا كانت جميع عناصرها تلك A - صفة

مثال :
تكون X شبكة الجوانب المستقيمة (خربة بلاتة المستوي) في هذا الشكل
هذه الشبكة لا تكون في المثال السابقة صفة ، ولأنها A - صفة وذلك لأنه إذا ما غت
 X مجموعة مستقيمة فإنه توجد مجموعة مفتوحة غير متقاطعة مع X وهي $X \cup X$ (فأما
(عالمية X))

ملاحظات :
- يمكن أن يعرف الشبكة V - صفة
الشبكة المعينة ليست بالضرورة A - صفة



مثال :
الشبكة $30, 50, 2, 3, 1, 4$ هي شبكة تسمى
شبكة الجوانب المستقيمة

$\{50, 1, 2, 3, 4\} = A$ $y \in E$ $\{y \in A$ لانها شجرة أي بالمثل فإن الشجر 2
لا يملك A - صفة أي ان الشبكة ليست A - صفة

مبرهنة :
كل شبكة توريثية هي صفة تكون A - صفة

البرهان :
لكن في شبكة توريثية صفة وليكن $x \in E$ و x صفة x فيكون $0 \leq x \leq 1$ $x \in E$ $\{x \in A$ لانها شجرة أي بالمثل فإن الشجر 2
لا يملك A - صفة أي ان الشبكة ليست A - صفة

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

$$(y \wedge x') \wedge x = y \wedge (x' \wedge x) = y \wedge 0 = 0 = y \wedge x$$

$$(y \wedge x) \vee x = (y \vee x) \wedge (x \vee x) = (y \vee x) \wedge 1 = y \vee x \quad \Rightarrow$$

تفصيلی جواب

$$x \vee z = y \vee z$$

$$x \wedge z = y \wedge z$$

$$x = y$$

$$y \wedge x' = y \Rightarrow y \leq x'$$

مہاراجہ

أي $x \in \mathcal{A}$ هو العنصر الأكبر المسموع $\{y \wedge n = 0\}$; $y \in \mathcal{E}$; وبالتالي فهو \mathcal{A} - مسموع

للتفكير بأنه اختيارية ما في الشبكة مع كوكب A - عتمة

تکلیف :

ليكن (E_i, \mathcal{F}_i) أسرة من المجموعات حيث مجموعة الاتحاد $E = \bigcup_{i \in I} E_i$ هي المنطقة R بالتي
 المجموعة بالترتيب (الجليس) وتغطي بمجموعة الجدار E_i \mathcal{F}_i المنطقة R بالتي

دالة $\chi^2 = 7.1$ لـ 1 د.ف.

$$(x_i)R(y_i) \Leftrightarrow \exists i, p, k \text{ s.t. } x_i \leq_k y_k$$

دلیل کبر خدا جل

(a) $\text{Rat} + \text{P}$ علاقة ترتيبية مع (والذي نعده بالترتيب) ~~المجموع~~ ^{lexicographic} ^{المجموع}

(b) $\text{مَنْ أَتَى اللَّهَ بِحَسَنَةٍ جَاءَ لَهُ سِتْرٌ مِّنَ اللَّهِ وَكَرَاهٌ مِّنَ النَّاسِ وَكَرَاهٌ مِّنَ اللَّهِ أَكْبَرُ}$ (البقرة: ٢٦١)

c) تكون R مجموعة الزوايا الحقيقية مع الترتيب الطبيعي P مع الرسم في P حالة متناهية R

- مجموعة الحدود العليا للنقطة (x, y) في حالة ترتيب الجداء

مجموعة المدور المثلثية (3, 4, 5) حالة الترتيب العكسي

الحل:

$$\forall (x_i) \in E; (x_i) = (x_i) \Rightarrow x_i = x_i \quad \forall i \in I \Rightarrow (x_i) R (x_i)$$

21 5 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 110 111 112 113 114 115 116 117 118 119 120 121 122 123 124 125 126 127 128 129 130 131 132 133 134 135 136 137 138 139 140 141 142 143 144 145 146 147 148 149 150 151 152 153 154 155 156 157 158 159 160 161 162 163 164 165 166 167 168 169 170 171 172 173 174 175 176 177 178 179 180 181 182 183 184 185 186 187 188 189 190 191 192 193 194 195 196 197 198 199 200 201 202 203 204 205 206 207 208 209 210 211 212 213 214 215 216 217 218 219 220 221 222 223 224 225 226 227 228 229 230 231 232 233 234 235 236 237 238 239 240 241 242 243 244 245 246 247 248 249 250 251 252 253 254 255 256 257 258 259 260 261 262 263 264 265 266 267 268 269 270 271 272 273 274 275 276 277 278 279 280 281 282 283 284 285 286 287 288 289 290 291 292 293 294 295 296 297 298 299 300 301 302 303 304 305 306 307 308 309 310 311 312 313 314 315 316 317 318 319 320 321 322 323 324 325 326 327 328 329 330 331 332 333 334 335 336 337 338 339 340 341 342 343 344 345 346 347 348 349 350 351 352 353 354 355 356 357 358 359 360 361 362 363 364 365 366 367 368 369 370 371 372 373 374 375 376 377 378 379 380 381 382 383 384 385 386 387 388 389 390 391 392 393 394 395 396 397 398 399 400 401 402 403 404 405 406 407 408 409 410 411 412 413 414 415 416 417 418 419 420 421 422 423 424 425 426 427 428 429 430 431 432 433 434 435 436 437 438 439 440 441 442 443 444 445 446 447 448 449 450 451 452 453 454 455 456 457 458 459 460 461 462 463 464 465

$$\forall (x_i), (y_i) \in E; (x_i) R (y_i) \wedge (y_i) R (x_i) \Rightarrow$$

$$\text{w. } x_i = y_i \quad \forall i \in I \Rightarrow (x_i) = (y_i)$$

$$x_k \subseteq y_k \text{ \& } y_j \subseteq_j x_j \Rightarrow k=j \Rightarrow x_k \subseteq_k y_k \text{ \& } y_k \subseteq_k x_k$$

~~في ك ا ف د ل ي ح ه خ ج ز س ع ط ق ر ت ث د ذ ن م و ب ت ج د ه ز س ع ط ق ر ت ث د ذ ن م و ب~~

$$\Rightarrow x_k = -y_k \Rightarrow (x, y) = (y, -y) \Rightarrow$$

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

$$\forall (x_i), (y_i), (z_i) \in E \quad (x_i) R (y_i) \wedge (y_i) R (z_i) \Rightarrow$$

$$- x_i = y_i \wedge y_i = z_i \quad \forall i \in I \Rightarrow x_i = z_i \quad \forall i \in I \Rightarrow (x_i) R (z_i)$$

$$- x_i = y_i \quad \forall i \in I \wedge y_k \leq_k z_k \Rightarrow x_k \leq_k z_k \Rightarrow (x_i) R (z_i)$$

$$- x_k \leq_k y_k \wedge y_i = z_i \quad \forall i \in I \Rightarrow x_k \leq_k z_k \Rightarrow (x_i) R (z_i)$$

$$- x_k \leq_k y_k \wedge y_j \leq_j z_j \quad \left\{ \begin{array}{l} k \leq j \Rightarrow y_i = z_i \\ j \leq k \Rightarrow x_k \leq_k z_k \end{array} \right. \Rightarrow (x_i) R (z_i)$$

$$(x_i) R (y_i)$$

$$j \leq k \Rightarrow x_i = y_k \quad i \leq k \Rightarrow x_k \leq_k z_j$$

$$\Rightarrow (x_i) R (z_i)$$

نثبت ان R علاقة ترتيبية في (E, R) وبذلك العلاقة R متعدية ومنه نستنتج ان علاقة

$$E = \prod_{i \in I} E_i \quad \text{ترتيبية}$$

(b) اذا كانت R علاقة ترتيبية في E فان اي عنصرين x, y يكونا متساويين وبالتالي فان

من اجل اي عنصرين $(x_i), (y_i)$ في E_i يكون

$$x_i = y_i \quad \forall i \in I \Rightarrow (x_i) R (y_i)$$

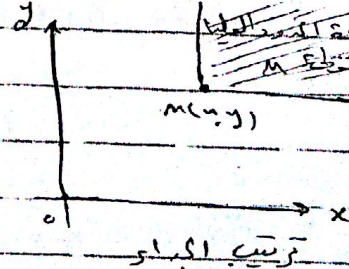
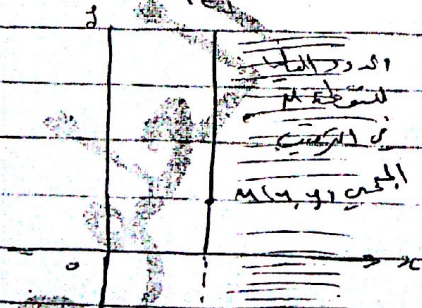
$$x_k \neq y_k$$

حيث k هو اقل عدد طبيعي يكون $x_k \neq y_k$

بما ان E_k علاقة ترتيبية في E_k فان $x_k \leq_k y_k$ او $y_k <_k x_k$

$$x_k \leq_k y_k \Rightarrow (x_i) R (y_i) \quad \text{او} \quad y_k <_k x_k \Rightarrow (y_i) R (x_i)$$

ايضا x, y متساويين لان جميع اعدادهم متساوية وبالتالي فان $E = \prod_{i \in I} E_i$ علاقة



جميعها طاقاتهم فانها بعدد من E المستمرة في الزمان
الزمن لا يتغير ولا يتغير ولا يتغير ولا يتغير

محاضرات الدفتر

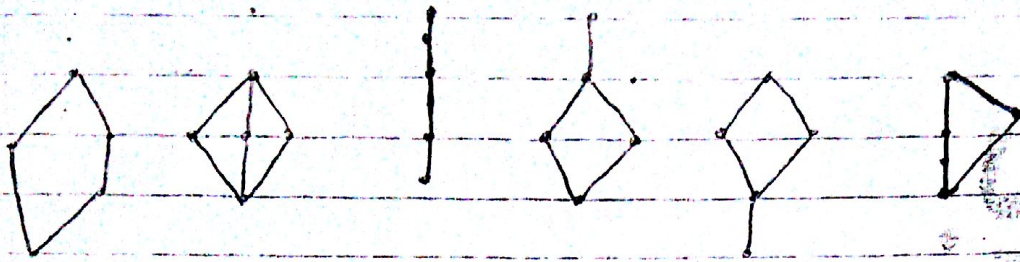
المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

أسماء مع أسماء الشابات فانت الى أعمار



مربع (3)

نرمزنا I مجموعة الشابات J مجموعة الشابات $I \cap J = I \cap J$

$$I \cup J = I + J = \{x + y \mid x \in I, y \in J\}$$

نرمزنا I هذه الشبكة

$$I \subseteq I + J \quad \forall I, J \in \mathcal{I} \quad \Rightarrow \quad I + J \text{ مجموعة الشابات}$$

لكن k مجموعة الشابات $I + J$

$$\begin{aligned} I \subseteq k \\ J \subseteq k \end{aligned} \Rightarrow I + J \subseteq k$$

منه نستنتج ان $I + J$ مجموعة الشابات

$$I \cup J = I + J$$

$$\begin{aligned} I \cap J \subseteq I \\ I \cap J \subseteq J \end{aligned} \Rightarrow I \cap J \subseteq I \cap J$$

لكن k مجموعة الشابات $I + J$

$$\begin{aligned} k \subseteq I \\ k \subseteq J \end{aligned} \Rightarrow k \subseteq I \cap J$$

أيضا $I \cap J$ مجموعة الشابات $I + J$ $I \cap J = I \cap J$ I J

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

لنرمز بـ I مجموعة : أي لنرمز بـ $I \cap (J \cap K) = (I \cap J) \cap K$ حيث $I \subseteq K$
أوليت بـ J بـ $I + (J \cap K) = (I + J) \cap K$

الكل

$$\left. \begin{array}{l} I + (J \cap K) \subseteq I + J \\ I + (J \cap K) \subseteq I + K \end{array} \right\} \Rightarrow I + (J \cap K) \subseteq (I + J) \cap (I + K) = (I + J) \cap K$$

$$\Rightarrow I + (J \cap K) \subseteq (I + J) \cap K$$

$$\forall x \in (I + J) \cap K \Rightarrow x \in I + J \neq x \in K \Rightarrow \exists i \in I \neq j \in J$$

$$x = i + j \neq x \in K$$

$$\Rightarrow j = x - i \neq j \in K \Rightarrow j \in K + I$$

$$(I \subseteq K) \Rightarrow j \in K$$

$$i \in I \neq j \in J \neq j \in K \Rightarrow i \in I \neq j \in J \cap K$$

$$\Rightarrow x \in I + (J \cap K)$$

$$(I + J) \cap K \subseteq I + (J \cap K)$$

وهذه هي

مجموعة التوزيع بين المجموعات

تعريف الشبكة الزائدية

تعريف u :

في الشبكة F نقول عن الرتبة u أنها أولية إذا كانت $x \vee y \in F \Rightarrow x \in F$ أو $y \in F$

(أ) إذا كانت u رتبة أولية فليكن x رتبة أولية

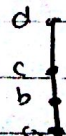
(ب) إذا كانت u رتبة أولية فليكن x رتبة أولية

(ج) إذا كانت u رتبة أولية فليكن x رتبة أولية

الكل:

في الشبكة F نقول عن الرتبة u أنها أولية إذا كانت $x \vee y \in F \Rightarrow x \in F$ أو $y \in F$

أولية ولا بد أن تكون رتبة أولية



(أ) الشبكة

المرتبة u هي رتبة أولية

محاضرات الدفتر

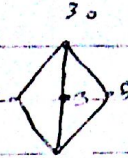
المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

(b) $\{2, 3, 4, 5\}$ هي شبكة مع ثلاثة يتم تكوت ادور $\{0, 1\}$ هي نوب مرشحة في ملامع الشبكة
 ولأنه ليست أدلية لـ $\{2, 3, 4, 5\}$ $2 \vee 3 = 3 \vee 2 = 2$ ولأن $2 \nmid 3$ و $3 \nmid 2$
 $5 \nmid 2, 3, 4$



(c) يكون x و y في F نوب مرشحة في F وليكن $x \vee y \in F$ ولنظن $x \wedge y \notin F$
 $x \notin F \Rightarrow x \wedge y \notin F$ $y \notin F \Rightarrow y \wedge x \notin F$ إذا كانت $x \wedge y \notin F$ و $x \vee y \in F$
 مرشحة فإنه يوجد عنصر $x \in F$ بحيث $x \wedge y = 0$

$x \wedge (x \vee y) = (x \wedge x) \vee (x \wedge y) = 0 \vee (x \wedge y) = x \wedge y$
 $\Rightarrow x \wedge y \in F \nmid x \wedge y \notin F$
 وهذا متناقض لأنه إذا لم يكن $x \wedge y \in F$ فإنه يجب أن يكون $x \wedge y = 0$ و $x \in F$ و $y \in F$
 وبالتالي x و y مرشحة أدلية

نريد أن نرى
 لكن في شبكة L ونظن x و y من L التامتين

$$f(x, y, z) = (x \wedge y) \vee (y \wedge z) \vee (z \wedge x)$$

$$g(x, y, z) = (x \vee y) \wedge (y \vee z) \wedge (z \vee x)$$

(a) $f = g$ إذا كانت L توزيعية
 (b) العكس: إذا $f = g$ في L فإن L توزيعية

الحل:

(a) لنظن L في توزيعية

$$f(x, y, z) = (x \wedge y) \vee (y \wedge z) \vee (z \wedge x)$$

$$\stackrel{\text{توزيعية}}{=} [x \vee (y \wedge z)] \wedge [y \vee (z \wedge x)] \wedge [z \vee (x \wedge y)]$$

$$\stackrel{\text{عاصية}}{=} [x \vee (y \wedge z)] \wedge [y \vee (z \wedge x)]$$

$$= [(x \vee y) \wedge (x \vee z)] \wedge [(y \vee z) \wedge (y \wedge x)]$$

$$= (x \vee y) \wedge (y \vee z) \wedge (x \vee z) = g(x, y, z)$$

$$\Rightarrow f = g$$

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

(ب) نبين أن $f = g$ نبين أن أولاً في جميع الحالات $x \leq z$ فإن

$$f(x, y, z) = (x \wedge y) \vee (y \wedge z) \vee (z \wedge x)$$

$$= (x \wedge y) \vee (y \wedge z) \vee x$$

بما أن $x \leq z$

$$= x \vee (y \wedge z)$$

$$g(x, y, z) = (x \vee y) \wedge (y \vee z) \wedge (z \vee x)$$

$$= (x \vee y) \wedge (y \vee z) \wedge z$$

$$= (x \vee z) \wedge z$$

ولذلك فإن $f = g$ $x \vee (y \wedge z) = (x \vee z) \wedge z$ في جميع الحالات

نبين أن في تعريفة

$$x \wedge f = x \wedge [(x \wedge y) \vee (y \wedge z) \vee (z \wedge x)] = [(x \wedge y) \vee (y \wedge z) \vee (z \wedge x)] \wedge x$$

$$\stackrel{\text{بما أن } x \leq z}{=} (x \wedge y) \vee [(y \wedge z) \vee (z \wedge x)] \wedge x$$

$$= (x \wedge y) \vee [(z \wedge x) \vee (y \wedge z)] \wedge x$$

$$= (x \wedge y) \vee (z \wedge x) \vee [(y \wedge z) \wedge x]$$

$$= \boxed{(x \wedge y) \vee (z \wedge x)} \quad (1)$$

بما أن $z \geq y \wedge z$

الآن نثبت

$$x \wedge g = x \wedge (x \vee y) \wedge (y \vee z) \wedge (z \vee x) = x \wedge (y \vee z) \wedge (z \vee x)$$

$$= x \wedge (y \vee z) \Rightarrow \boxed{x \wedge g = x \wedge (y \vee z)} \quad (2)$$

وبذلك $f = g \Rightarrow x \wedge f = x \wedge g$

من (1) و (2) نستنتج أن $x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (z \wedge x)$ f g تعريفة